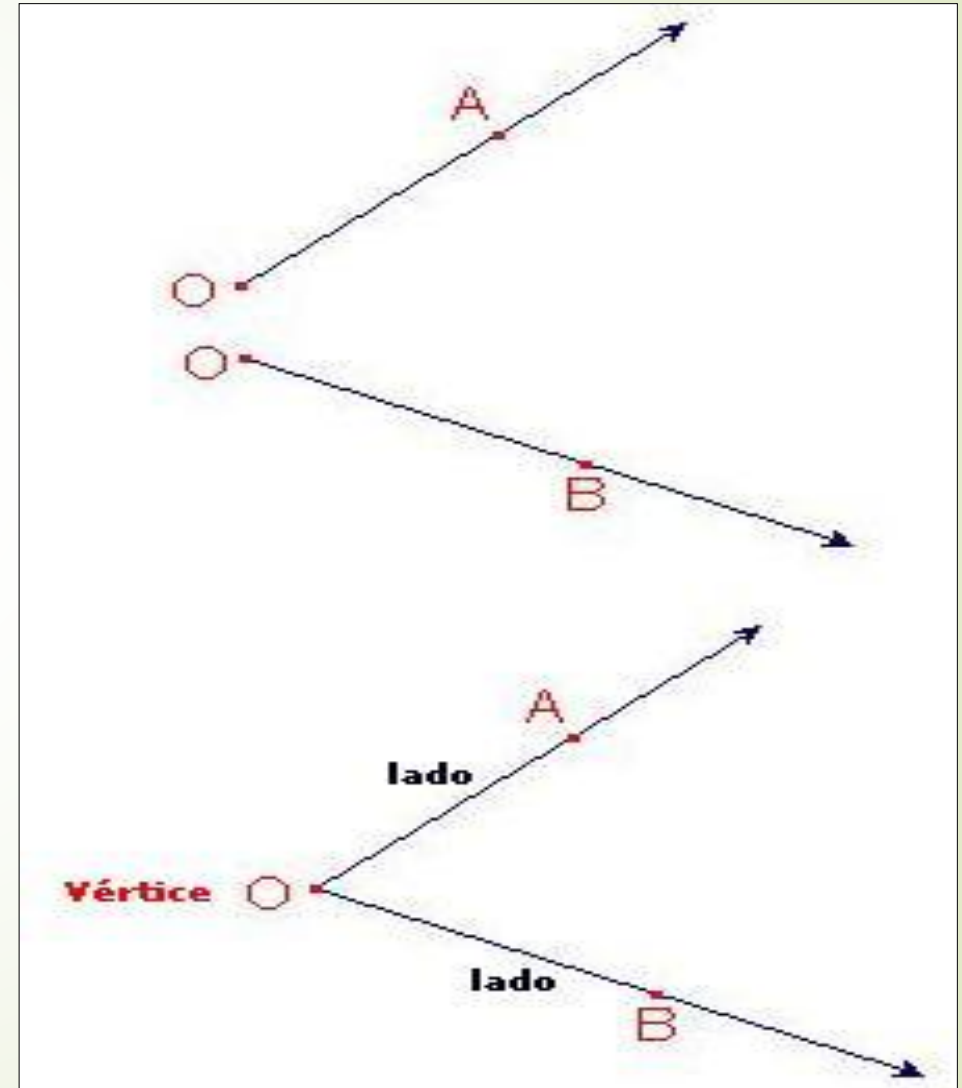


GEOMETRIA

ÂNGULOS

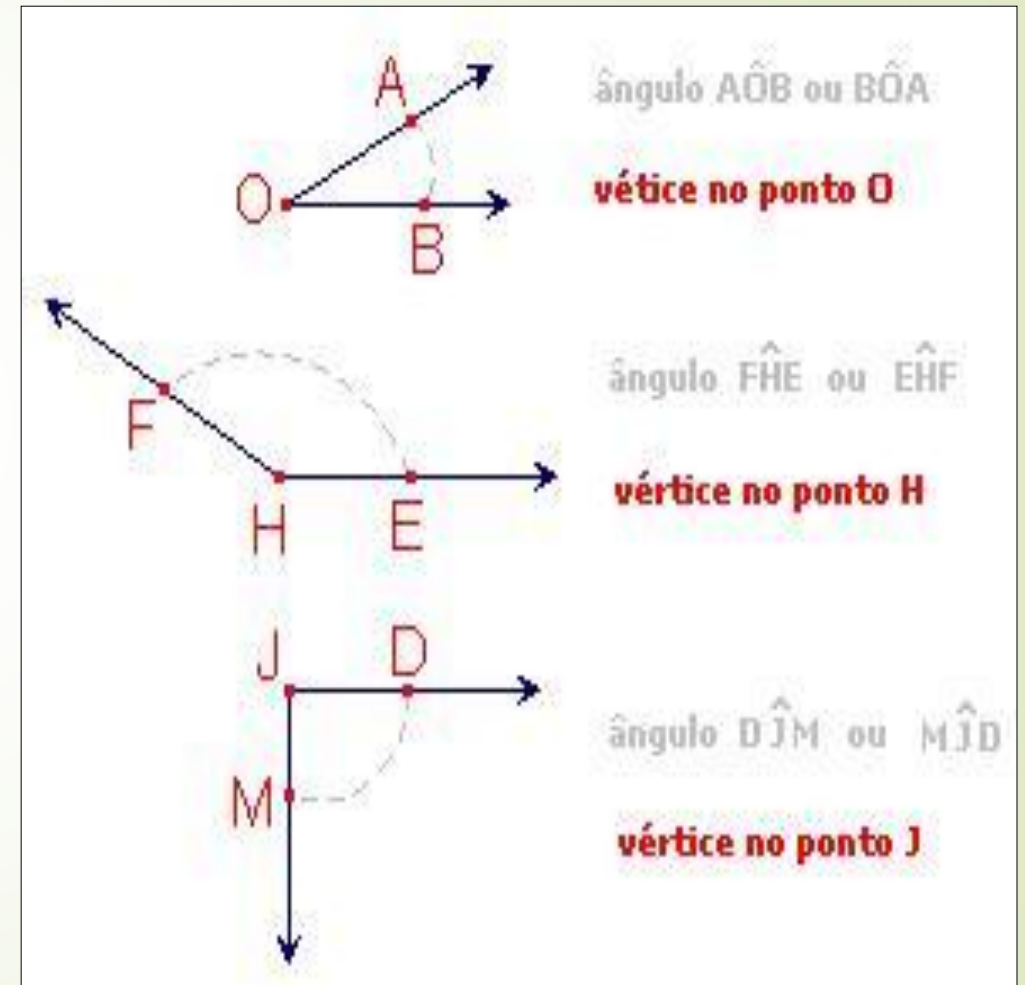
Ângulos

- Observe as semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} com direções diferentes.
- Estas duas semirretas partem do mesmo ponto: **O**.
- A região delimitada por estas duas semirretas é denominada ângulo. Ou ainda, o ângulo é a abertura entre as semirretas.
- O ponto **O** é chamado de vértice do ângulo.
- As semirretas são os lados do ângulo.



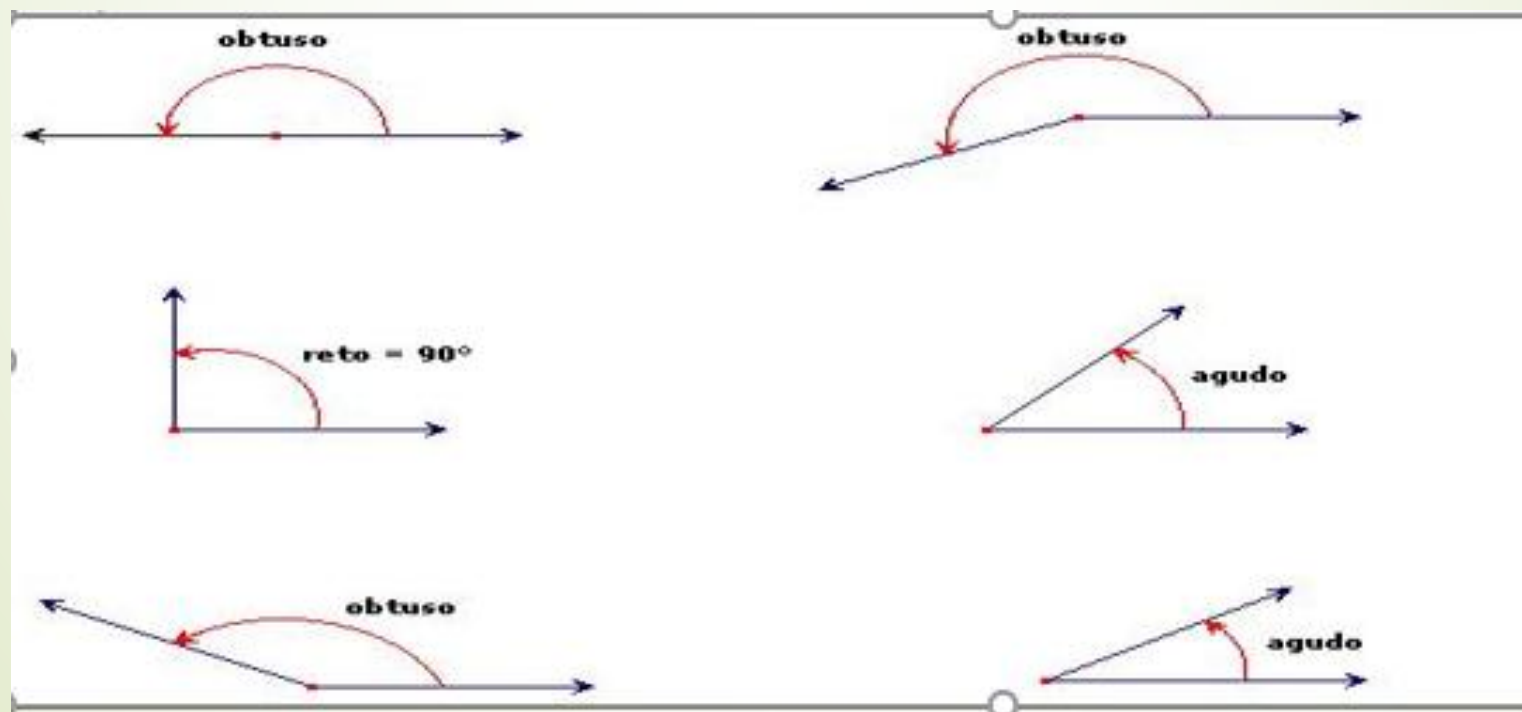
Nomeando ângulos

- Para nomear ângulos utilizamos as letras que nomeiam os pontos sobre as semirretas e a letra que nomeia o vértice.
- A letra que nomeia o vértice fica no meio e recebe um acento circunflexo.
- O nome pode começar por qualquer uma das letras que nomeia os pontos de um dos lados.



Classificação dos ângulos

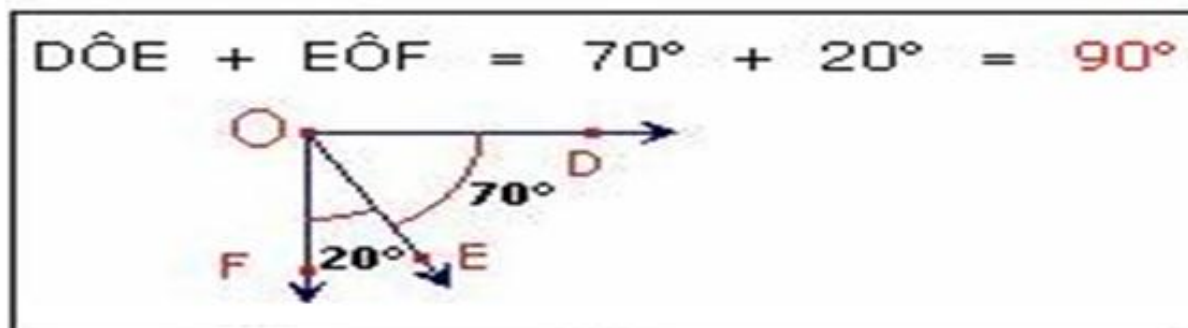
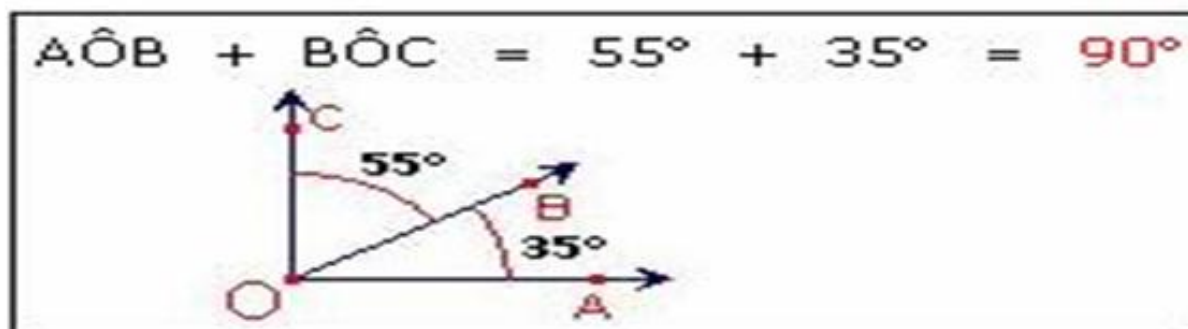
- A classificação dos ângulos é feita comparando o ângulo em questão ao ângulo de 90°
- Ângulo reto - ângulo de 90°
- Ângulo obtuso - ângulo com medida maior que 90°
- Ângulo agudo - ângulo com medida menor que 90°



Ângulos complementares

Ângulos complementares: são aqueles que somam 90° . Assim: $\hat{A}OB$ e $\hat{B}OC$ e $\hat{D}OE$ e $\hat{E}OF$ são complementares.

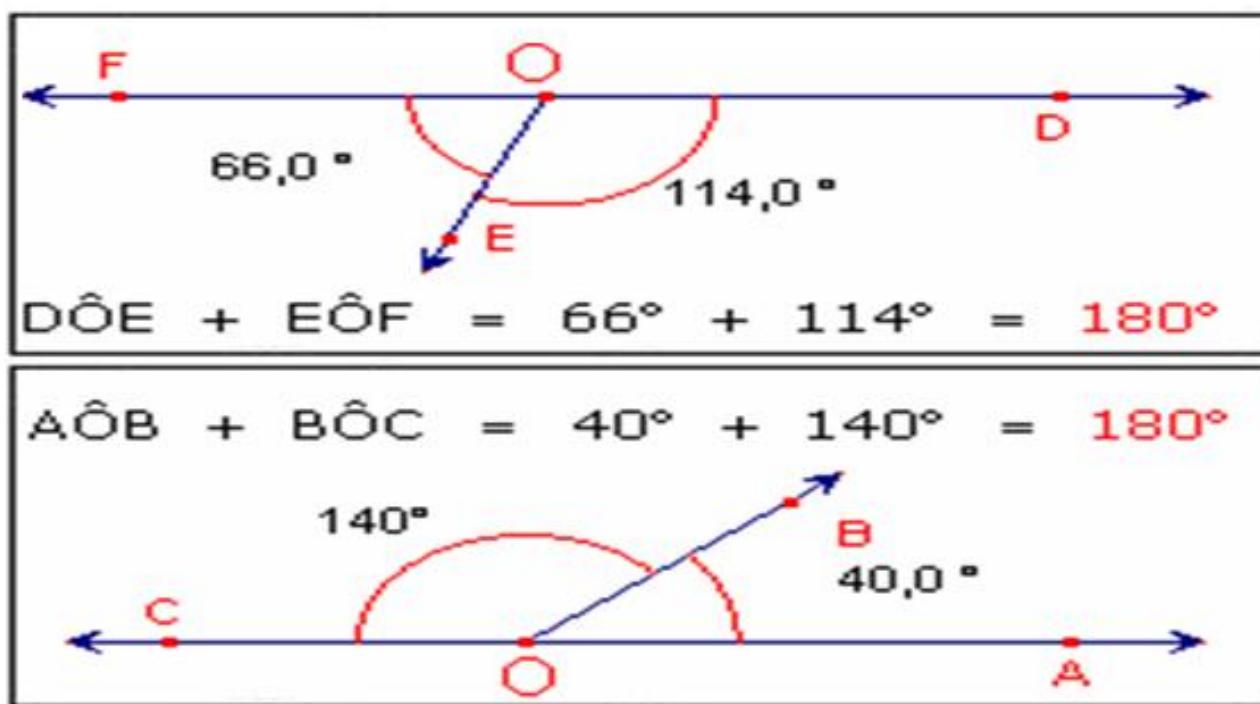
Complemento: ângulo que complementa, que soma 90° . Assim $\hat{A}OB$ é o complemento de $\hat{B}OC$ e vice-versa e $\hat{D}OE$ também é complemento de $\hat{E}OF$ e vice-versa.



Ângulos suplementares

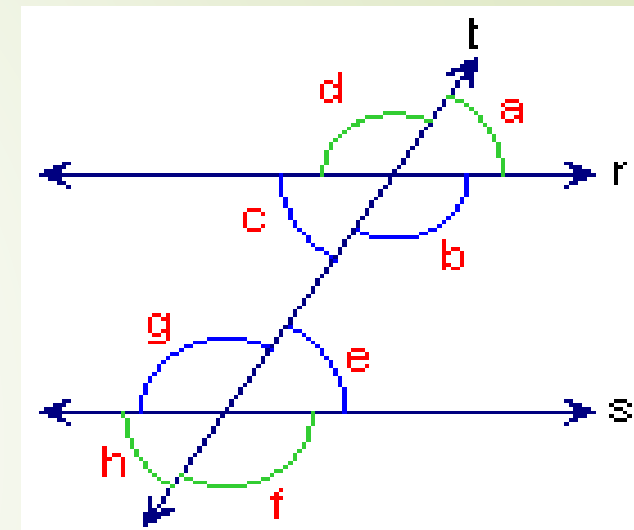
Ângulos suplementares: são ângulos que somam 180° . Assim $\widehat{A\hat{O}B}$ e $\widehat{B\hat{O}C}$ e $\widehat{D\hat{O}E}$ e $\widehat{E\hat{O}F}$ são suplementares.

Suplemento: ângulo que suplementa, que soma 180° . Assim $\widehat{A\hat{O}B}$ é o suplemento de $\widehat{B\hat{O}C}$ e vice-versa e $\widehat{D\hat{O}E}$ também é suplemento de $\widehat{E\hat{O}F}$ e vice-versa.



Ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal

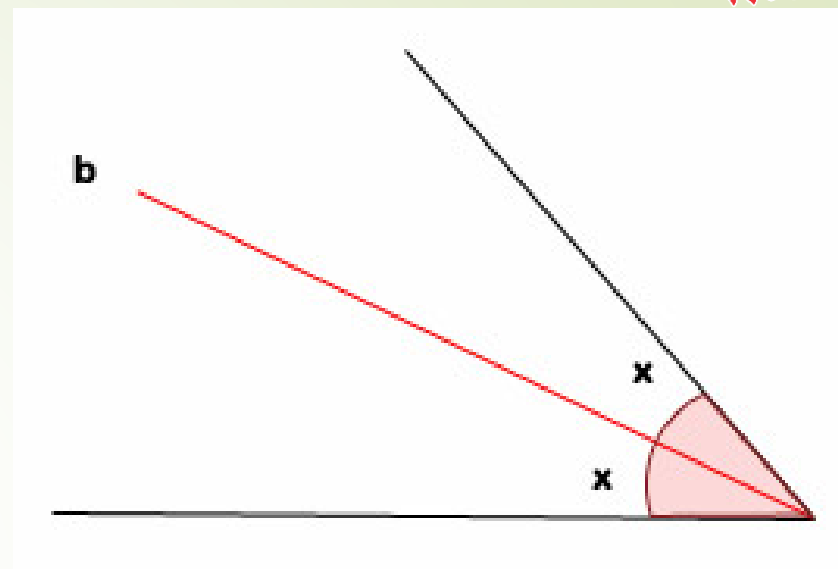
- Em relação às retas paralelas os ângulos podem ser **internos** ou **externos**.
- Os ângulos **c**, **b**, **e** e **g** são **internos** – estão na região interna das paralelas.
- Os ângulos **a**, **d**, **h** e **f** são **externos** – estão na região externa das paralelas.
- Em relação a reta transversal os ângulos podem ser colaterais ou alternos.
- Os ângulos **c** e **d** são colaterais pois estão do mesmo lado da transversal.
- Os ângulos **c** e **b** são alternos pois estão em lados diferentes em relação a transversal.



BISSETRIZ DE UM ÂNGULO

A bissetriz de um ângulo é a reta que contém o vértice do ângulo e o divide em dois ângulos adjacentes de mesma medida.

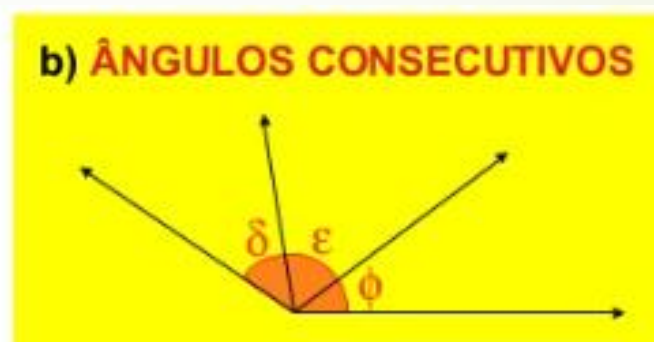
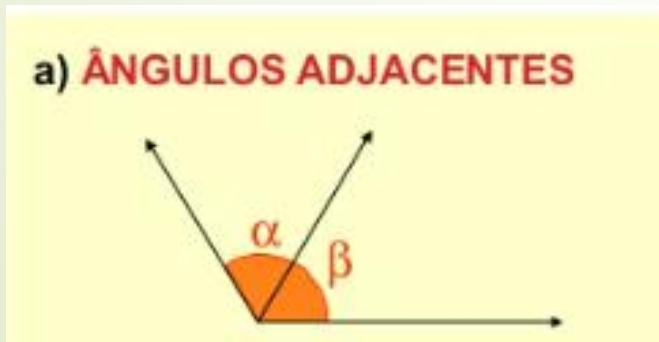
- Na figura, a semirreta **b** é a bissetriz.



ÂNGULOS ADJACENTES E CONSECUTIVOS

Adjacentes: ângulos que possuem um lado em comum, mas não possuem pontos em comum.

Consecutivos: ângulos que possuem um lado em comum.



UNIDADES DE MEDIDAS DOS ÂNGULOS

As unidades de medidas de um ângulo são:

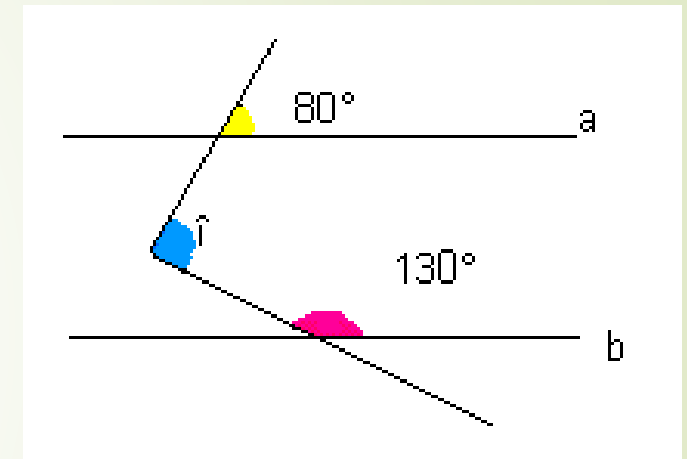
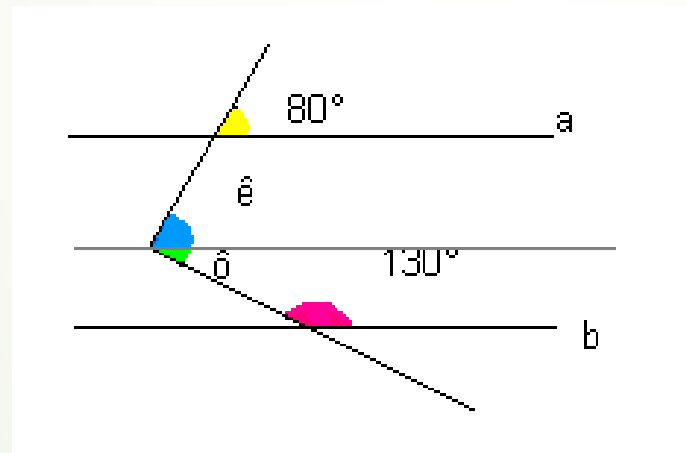
- ✓ **Grau: 1 grau (1°) é definido como $\frac{1}{90}$ do ângulo reto.**
- ✓ **Radiano: 2π rad equivale a 360° . Essa medida é muito usada, pois a medida angular de um arco, em radianos, corresponde à razão entre seu comprimento e o raio da circunferência.**

Exemplos

1) As retas **a** e **b** são paralelas. Quanto mede o ângulo \hat{i} ?

Resolução:

Imagine uma linha cortando o ângulo \hat{i} , formando uma linha paralela às retas "**a**" e "**b**". Fica então decomposto nos ângulos \hat{e} e \hat{o} .

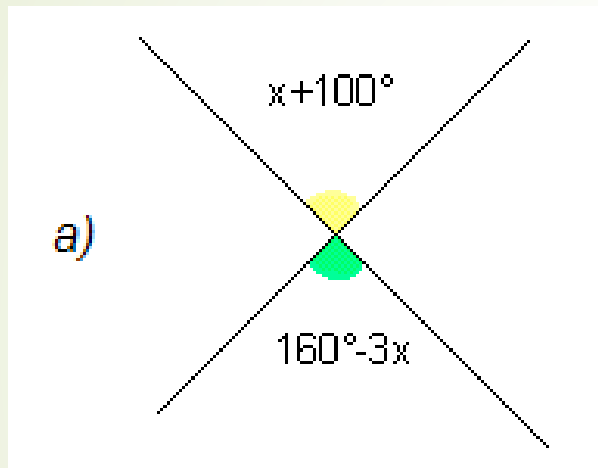


Sendo assim, $\hat{e} = 80^\circ$ e $\hat{o} = 50^\circ$, pois o ângulo \hat{o} é igual ao complemento de 130° na reta **b**.

Logo, $\hat{i} = 80^\circ + 50^\circ = \mathbf{130^\circ}$

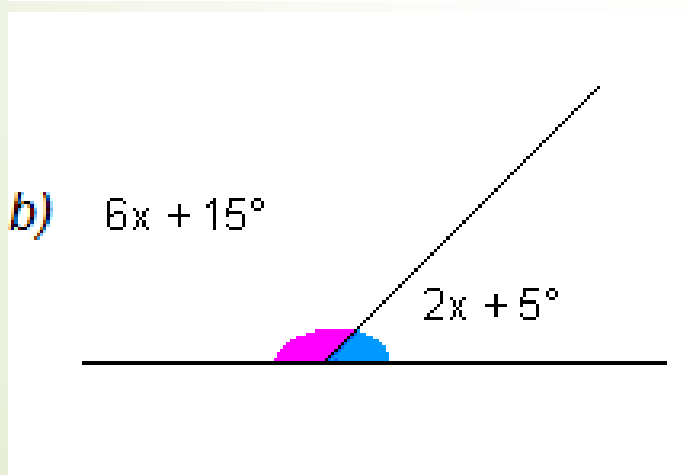
Exemplos

2) Qual o valor de x nas figuras a seguir?



Resolução:

$$\begin{aligned} \text{a) } 160^\circ - 3x &= x + 100^\circ & 160^\circ - 100^\circ &= x + 3x \\ 60^\circ &= 4x \\ x &= 60^\circ / 4 \\ x &= 15^\circ \end{aligned}$$



Resolução:

$$\begin{aligned} \text{b) } 6x + 15^\circ + 2x + 5^\circ &= 180^\circ & 6x + 2x &= 180^\circ - 15^\circ - 5^\circ \\ 8x &= 160^\circ \\ x &= 160^\circ / 8 \\ x &= 20^\circ \end{aligned}$$

Exemplos

3) Dadas as retas paralelas cortadas por uma transversal a seguir, calcule $a + b$.

Resolução:

Observe que a é oposto pelo vértice a $5x - 10$ e é alterno externo a $3x + 18$. Dessa forma, podemos concluir que $5x - 10$ é alterno externo a $3x + 18$. Assim, podemos escrever:

$$5x - 10 = 3x + 18$$

$$5x - 3x = 18 + 10$$

$$2x = 28$$

$$x = \frac{28}{2}$$

$$2$$

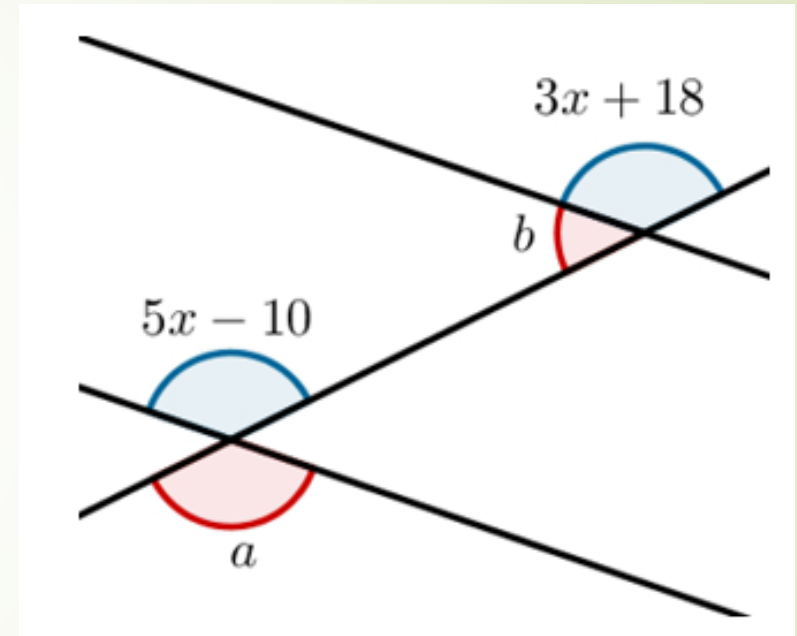
$$x = 14$$

Cada ângulo azul mede:

$$5x - 10 = 5 \cdot 14 - 10 = 70 - 10 = 60^\circ$$

Como a é oposto pelo vértice a 60° , $a = 60^\circ$. Como b é adjacente a 60° , b é suplementar a 60° , logo, $b = 120^\circ$. A soma $a + b$ é:

$$a + b = 60 + 120 = \mathbf{180^\circ}$$



Exemplos

4) A medida de um ângulo é igual a quatro quintos do seu complemento. Qual o valor desse ângulo?

Resolução:

Considerando o ângulo pedido como sendo x e que seu complemento seja $(90 - x)$:

$$x = \frac{4}{5} \cdot (90 - x) \rightarrow x = \frac{360}{5} - \frac{4x}{5}$$

Fazendo mmc:

$$\frac{5x}{5} = \frac{360}{5} - \frac{4x}{5} \rightarrow 5x = 360 - 4x \rightarrow 9x = 360 \rightarrow x = 40^\circ$$